EL NIÑO COMO MATEMÁTICO: COMPILACIÓN SOBRE LA CONSTRUCCIÓN DEL NÚMERO Y LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN PREESCOLAR

Yenny Otálora Sevilla*

Tendencias innatistas recientes en la investigación sobre el desarrollo cognitivo, postulan que el ser humano nace con la capacidad de razonar sobre lo numérico, y de manera precoz, pone estas habilidades a su disposición para lograr el conocimiento y la organización del mundo que lo rodea (Gelman y Gallistel, 1992, Wynn, 1998, Sophian, 1998). Este tipo de razonamiento temprano se basa en mecanismos innatos que le permitirían a los bebés acceder fácilmente al conocimiento de las cantidades y al sentido numérico en general (Dehaene, 1997).

La práctica investigativa con niños que se encuentran en la etapa preescolar, también ha arrojado importantes hallazgos sobre habilidades específicas en la comprensión del número como por ejemplo, en el conteo, en la construcción de las operaciones aditivas y multiplicativas y en el uso inicial de las notaciones numéricas. Los análisis detallados de los procedimientos que los niños utilizan para resolver las tareas en cada uno de estos campos, han evidenciado su alta capacidad representacional y procedural y una actividad cognitiva autónoma y sistematizada.

Por supuesto, la comprensión temprana del número en los bebés de pocos meses de nacidos, está basada en la percepción que hacen de la realidad. Por lo tanto, sus conceptos iniciales son intuitivos y están ligados a la experiencia y acción inmediata sobre los objetos. Esto quiere decir que la matemática de los bebés no tiene el carácter simbólico de la matemática convencional. En la etapa preescolar, el papel de la escuela, como institución socializante, es favorecer el acceso de los niños a un conocimiento convencionalizado por la comunidad matemática. El maestro debe permitirles, a través de las actividades en el aula, instalarse en las prácticas simbólicas de esta comunidad y llevarlo a la transformación de sus conceptos en un conocimiento cada vez más abstracto y general. Sin embargo, los maestros desconocen por un lado, el potencial que un niño posee cuando llega a grado cero y empieza su primer grado de básica primaria, y por otro, el tipo de prácticas pedagógicas que favorecen la transformación adecuada de éste conocimiento.

Las nuevas concepciones sobre el saber de los niños pequeños, y las necesidades que plantea para la educación matemática en los

---

* Este artículo ha sido diseñado especialmente para el Programa de Formación de Maestros de Preescolar "El niño como matemático" 2002 del Grupo Matemáticas y Cognición, del Centro de Investigaciones en Psicología, Cognición y Cultura. Se agradece la colaboración a los monitores del programa Giovanna Gómez y Diego Gómez.

primeros años, ha llevado a la búsqueda de instrumentos o estrategias metodológicas que favorezcan la observación minuciosa de sus procedimientos propios. A su vez, estos instrumentos deben procurar la intervención adecuada, para lograr una transformación de los conceptos numéricos iniciales. Los maestros en el aula, deberían empezar por una reflexión sobre sus prácticas de enseñanza de las matemáticas, una labor que exige dos pasos fundamentales: que asuman una mirada positiva del conocimiento de los niños para enfrentarlos, escucharlos y comprenderlos, y la creación o utilización de actividades significativas, que permitan desplegar ese conocimiento. Solo así podrían responder a las necesidades de los preescolares y comprometerse en el desarrollo de sus capacidades, en un ambiente de bienestar y placer.

En este artículo se pretende proponer el diseño y la utilización de las Actividades Simultáneamente Intensivas-Extensivas como instrumentos que favorecen tanto la observación y el análisis de los procedimientos de los niños, como su progresiva construcción de conocimiento matemático desde antes del período de escolarización formal. Estos instrumentos constituyen específicamente actividades para trabajar contenidos matemáticos en el aula y su implementación se basa en un modelo de diagnóstico-intervención-seguimiento que favorece ante todo una mirada positiva del conocimiento del niño y de sus habilidades cognitivas. Por ello las actividades pueden ser construidas, aplicadas y analizadas por los mismos maestros de acuerdo con el modelo propuesto.

PROGRESIÓN EN LA COMPRENSIÓN INICIAL DE LAS CANTIDADES

A partir de los experimentos que realiza Wynn (1998) con bebés, se puede observar que ellos pueden llegar a la cuantificación de manera muy perceptual y poco nocional. En los experimentos (láminas con colecciones de puntos o de objetos) se varían diversas características como tamaño, color, posición, etc. pero siempre se conserva un elemento: la cantidad de objetos perceptuales. Siendo esta la constante en la experiencia Wynn supone que los niños a muy corta edad logran hacer cuantificaciones a través de un mecanismos principal, la *subitización*, que consiste en establecer súbitamente a nivel mental, una cantidad pequeña sin necesidad de contar uno a uno los elementos que se le presentan, ya que logran hacerlo por medio de las percepciones globales que tienen de ellos.

Según Wynn la competencia numérica humana se apoya en mecanismos preverbales para el conteo o el razonamiento numérico, como los propuestos por Gelman y Gallistell (1992). Los bebés generan algo que se llama *numerón* es decir una representación de cantidad de una colección muy ligada a lo perceptivo. No es un número como tal, porque no alcanza su nivel de abstracción. Aún así, la posibilidad de discriminar y reconocer cantidades a corta edad, evidencia la existencia del sentido numérico desde el primer año de vida.

Cuando llega a preescolar, el niño cuanta ya con un conocimiento matemático que ha sido construido, y es a partir de lo que el maestro le presenta en el aula, que sigue construyendo y modificando sus propios procedimientos e ideas iniciales (Orozco, 1997). Se ha planteado que el niño dispone de unas habilidades que le permiten hacerlo, algunas de tipo cognitivo, otras de tipo experiencial y otras de tipo social.

En general, el niño progresa hacia una concepción correcta de la extensión de las colecciones, siguiendo un proceso en el que interactúan tres componentes:

Componente práctico → Una fuente de progreso está en la acción de los niños sobre los objetos, es decir, sobre las colecciones, cuando tiene que dar soluciones practicas que requieran la cuantificación. Las primeras aproximaciones que el niño hace al problema de la cantidad es a través de la abstracción de las propiedades físicas, es decir, abstrae de su experiencia con los objetos, propiedades como el color, el tamaño y la forma, por estar ligado a lo cualitativo. En términos piagetianos (1941) a lo figurativo y concreto. Sin embargo, en los primeros años de vida, el niño está expuesto también a muchas situaciones en que debe establecer cantidades exactas y empieza a desarrollar conteos expontaneos utilizando la correspondencia uno a uno en la que asigna palabras numéricas como "uno", "dos", "tres", a los elementos de las colecciones contadas, tocándolas y manipulándolas. Con el tiempo estos conteos se van volviendo estables.

El carácter numérico o no numérico de un modo de representación no deriva de la naturaleza física de los elementos entre los que se establece la correspondencia Uno a Uno, sean palabras, dibujos u objetos físicos, lo que importa es saber sí la cantidad se representa por la colección de muestra en su conjunto o por él ultimo elemento puesto en correspondencia Uno a Uno. Este problema ya hace parte de una actividad específica de los niños, de real importancia para el trabajo del maestro en grado cero, que es el conteo.

Componente simbólico → Este componente permite el empleo de las representaciones mentales simbólicas para significar la acción y la realidad en general y construir un concepto de número cada vez más abstracto. El componente simbólico también permite el uso de diferentes formatos de numéricos para comunicar las cantidades. Por ejemplo en la cuantificación el uso de las palabras-número como "uno", "dos", "tres", para establecer las cantidades exactas de las colecciones que se presentan. Igualmente estos términos confieren significados a la acción, en los procedimientos de cuantificación a través de su uso. El uso de las grafías o numerales arábigos, como 1, 3, 7, etc., es uno de los formatos numéricos más utilizados para comunicar cantidades.

Componente social → En el proceso de progresiva comprensión de las cantidades es de vital importancia la interacción con el adulto. La comunicación de las cantidades lleva a los niños a construir los significados que corresponden al concepto de cantidad. Los maestros actúan como modelos de los niños en el contexto educativo y la construcción que tenga de la cantidad se debe reflejar en su propia acción, frente a ellos. En este sentido, el maestro puede contar delante del niño, enseñarle a comunicar la extensión de una colección, le puede manifestar el significado que le confiere a su acción, lo confronta con su propio conocimiento matemático, etc. Es de esta manera que el maestro facilita el paso del niño de lo individual a lo social.

Para establecer la cantidad, el niño puede utilizar al menos, tres procesos distintos:

Subitización → Este proceso consiste en la rápida aprehensión de una cantidad pequeña -dos a cuatro- luego de percibir los elementos simultáneamente. La subitización constituye la percepción global inmediata de pequeñas cantidades. Hacia los 4 1/2 años por ejemplo, cuando se presentan colecciones de 1 a 4 objetos a los niños, estos suelen pronunciar la palabra-número correspondiente sin necesidad de contar los objetos.

Estimación → *E*ste proceso, presente también en niños mayores y adultos, es homólogo a la subitización y permite determinar la numerosidad de una colección cuando ésta tiene más de tres o de cuatro elementos, sin necesidad de utilizar el conteo uno a uno, ni las palabras numéricas verbales. La diferencia con la subitización es que la estimación no es exacta, sino aproximada. Esto indica que los niños son capaces de contar usando cantidades internas aproximadas de los números.

Conteo → El conteo es un proceso que permite establecer las cantidades exactas de una colección sea pequeña o grande y según Gelman y Gallistel (1978) se basa en cinco principios:

- Principio de la correspondencia uno a uno: Consiste en la asignación de una sola etiqueta o rótulo verbal a cada ítem de la colección. De esta manera, para contar la totalidad de sus elementos, es necesario que a cada uno de ellos se le asigne una sola palabra de la secuencia numérica convencional. Así se establece la correspondencia término a término entre la serie ordenada de los números naturales y un conjunto determinado de elementos que forman una colección.
- Principio del orden estable: A través de los ensayos de conteo las etiquetas o rótulos verbales deben ordenarse en la misma secuencia, es decir, el orden de las palabras enunciadas ha de ser

el mismo y no se puede alterar. Es necesario que los niños aprendan la secuencia verbal de los números que ha sido convencionalizada por nuestra comunidad matemática y no modificarla a lo largo de las diferentes ensayos de conteo. Inicialmente las secuencias que el niño utiliza son aleatorias y poco a poco, con una práctica que requiere memorización y experiencias diversas, va aprendiendo la secuencia estandarizada, hasta que se vuelva fija e inmodificable.

- Principio de la cardinalidad: La última etiquela o rótulo verbal utilizado en la secuencia durante el conteo, es el símbolo de ítems en la colección. Según los autores, cuando un niño ha terminado de contar y se le pregunta: "Cuántos hay?", la respuesta a éste interrogante es una palabra-número con doble significado: Representa el nombre dado al último objeto contado y nos informa sobre la cantidad de objetos que fueron contados.
- Principio de la irrelevancia del orden: El orden que el niño utilice para contar los elementos de una colección no importa, es decir que los objetos pueden rotularse siguiendo cualquier orden, en tanto los otros principios del conteo no se violen. De esta manera cualquiera que sea el recorrido que el niño realice para contar, por donde se empiece o se termine, siempre obtendrá la misma cantidad.
- Principio de abstracción: Este principio le permite al niño saber que cualquier clase de objetos se puede juntar con el fin de contarlos. En un sentido más amplio "todo se puede contar", y los niños utilizan criterios para organizar por si mismos los objetos en *colecciones de objetos enumerables*, es decir suceptibles de ser contados. Esta es la propiedad de selectividad que tienen las colecciones en general.

LA FUNCIÓN SIMBÓLICA EN EL NIÑO

Alterno a la vía de la cuantificación el niño desarrolla la comprensión del número a través de su conocimiento de los formatos de representación numérica. El símbolo es concebido como "algo que representa algo más" y que tiene un carácter arbitrario, que no guarda correspondencia con aquello que representa, cuyo significado es acordado de manera convencional por una comunidad. Munn (1998) plantea que la comprensión temprana del número en el niño está afectada por una función simbólica que se desarrolla gracias a su capacidad de representación interna o externa. La adquisición de símbolos del número convencional en los niños es, por ejemplo, un indicador de cambio general en su función simbólica. Para Munn esta función favorece el desarrollo infantil dado que los sistemas simbólicos contribuyen a formar el pensamiento adulto. Como el papel de la escuela es llevar el conocimiento intuitivo que se tiene en la primera infancia a un conocimiento simbólico convencional, la escritura de los numerales y en general el sistema de notación debe ser enseñado desde el preescolar.

La producción de notaciones espontáneas desde la perspectiva de la función simbólica sigue un desarrollo progresivo en el que la escritura empieza siendo idiosincrática en un primer momento hasta llegar a ser convencional. Este cambio en las notaciones es descrito por la autora de la siguiente manera:

Idiosincrática → El niño comienza con las formas de representación propias que el mismo establece y solo son entendidas por él. Estos son símbolos no convencionales que funcionan como los precursores en la formación al uso del símbolo convencional. Son llamados símbolos idiosincráticos

Pictogramas → Estos son símbolos que para el niño son parecidos al número. Tienen uno o más puntos de correspondencia con la cosa o idea que ellos representan. Son símbolos icónicos que generalmente representan parte del todo. Son llamados icónicos porque se parecen a la imagen de lo que cuentan. Estos símbolos icónicos llamados pictogramas constituyen una actividad natural que poco a poco se integra dentro de las actividades numéricas que hacen en el aula y dan paso a la siguiente categoría de grafía.

Marcas para llevar la cuenta → Estos son símbolos icónicos pero no representan una parte del todo sino que marcan cada objeto que cuentan, por ejemplo los palitos o las bolitas que el niño traza como guía para contar.

Numerales usados icónicamente → cuando el niño utiliza los numerales convencionalmente para representar lo que cuentan pero cada uno representa un objeto y no el total de los objetos. En este sentido se considera que son representados por medio de una imagen y no un número. Por ejemplo, tres se escribe 1 2 3

Numerales usados convencionalmente → Finalmente los niños utilizan símbolos que no se parecen a la cosa que representan y con un numeral representan el total de los objetos. El significado de estos símbolos se establece arbitrariamente por la convención. Por ello constituye un proceso inherentemente social. El ejemplo es el uso de la secuencia ordenada de numerales 1,2,3,4,5,6,7,8,9,etc.

La enseñanza de las matemáticas en preescolar se tiende a reducir al aprendizaje de los numerales pero no debe ser este el objeto de la enseñanza solamente. Aprender a escribir el numeral exige una coordinación viso-motora y por lo tanto ayuda a su maduración. Repetir la grafía del numeral contribuye a su memorización. Escribir el numeral y dibujar el número correspondiente, permite relacionar el numeral con la cantidad de elementos en una colección y escribir la secuencia de numerales refuerza los números aprendidos introduciendo el numeral siguiente. Pero es necesario que la enseñanza de los numerales se realice en actividades de cuantificación, de conteo, de juntar y quitar, de sumar reiteradamente y de repartir, etc. Solo de esta manera el niño aprenderá el significado de la grafía que realiza.

LA NATURALEZA DE LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA

Actividades son todas aquellas situaciones que el maestro crea o presenta a los niños para desarrollar un contenido matemático. Durante el preescolar se basan usualmente en aprender a escribir los numerales del 1 al 10 y la clasificación de objetos. Estos son, por supuesto, contenidos limitados bajo los cuales subyace la concepción del niño que llega a la escuela con un conocimiento pobre y desarticulado. Una concepción de niño que construye conocimiento matemático debe llevar al planteamiento de actividades que recuperen su saber y le permitan generar nuevo conocimiento significativo. Antes de mostrar la naturaleza de las actividades que se pueden realizar en el aula, es necesario plantearse una concepción de enseñanza, de la misma forma como nos planteamos anteriormente una concepción de sujeto que aprende. Por ello se presentan a continuación las implicaciones educativas de concebir el niño como constructor de su propio conocimiento y un modelo de diagnóstico – intervención y seguimiento que sustenta los instrumentos pedagógicos que apoyan al niño en esta construcción.

Implicaciones de la construcción de conocimiento en el aula

Orozco (1997) plantea que el constructivismo, más que una posición filosófica es una concepción del sujeto psicológico y su relación con el conocimiento. Para plantear la naturaleza de la actividad matemática en el aula, resulta útil adoptar dos principios relevantes del constructivismo, que permiten comprender como el niño de preescolar aprende las matemáticas y como, para esta empresa pone en juego una gama de habilidades mentales y sociales. Estos principios constituyen un potencial conceptual de la enseñanza de la matemática en el grado cero y podrían esquematizarse así:

El sujeto no es un receptor pasivo → Este principio deja ver el niño como un sujeto que construye activamente el conocimiento. Activamente se refiere a que actúa sobre la realidad para conocerla (Piaget, 1956). Actuar sobre la realidad quiere decir experimentarla y ser capaz de modificarla. Esta modificación puede ser de dos formas:

- Físicamente: por acción directa del niño sobre los objetos. Esta vía le permite conocer los objetos y transformar su conocimiento acerca de ellos.
- Simbólicamente: a través de sus representaciones mentales. Esta vía le permite otorgarle un sentido a la realidad.

La construcción del conocimiento es una función adaptativa → El niño puede actuar sobre el mundo y de esta manera organizarlo. En esta medida organiza su práctica y su propia experiencia.

Orozco (1997) expone algunos elementos que favorecen las pedagogías constructivistas en el aula. Cada uno de estos elementos conlleva al otro y deben ser tenidos en cuenta por el maestro en la planificación de las actividades escolares:

Interacción → La interacción del niño con el mundo que lo rodea o con las formas de mediación cultural que el otro utiliza le permitirá progresivamente la construcción, transformación y síntesis de procedimientos y conceptos cada vez más complejos basados en la experiencia. El niño construye conocimiento de tres maneras: A partir de la interacción en un contexto significativo, que le recree su realidad, a partir de la interacción con los objetos, que le permiten la práctica de los procedimientos, y, finalmente, a partir de la interacción con los otros, como padres, maestros o pares, que le permitan confrontar, comparar y retroalimentar su conocimiento.

Reflexión → Este segundo elemento depende completamente del primero. Es necesario que la interacción le permita al niño reflexionar sobre el conocimiento que posee o está construyendo y aún sobre sus propios errores y dificultades. Si no hay reflexión el conocimiento queda aislado en la mente y sujeto al devenir de la memoria.

Bipolaridad conocimiento individual vs conocimiento social → Se debe asumir que la matemática que se enseña en la escuela no es la misma que el niño ha construido, y está referida a un currículo establecido por estamentos gubernamentales. Este es un conocimiento socialmente constituido por una comunidad matemática mientras que el conocimiento que hasta ahora ha construido el niño es un conocimiento individual, intuitivo y experiencial. La escuela debe fijar como meta de la enseñanza su transformación en conceptos y procedimientos propiamente matemáticos (Steffe, 1990). Para lograrlo es necesario, en primer lugar, observar los logros y dificultades que los niños evidencian en sus producciones o en la resolución de las tareas que se le presentan. En segundo lugar, fijar cuales son los conceptos que los alumnos deben construir para dominar los contenidos matemáticos y finalmente hacer las especificaciones y adaptaciones requeridas para sus actividades en el aula (Orozco, 1997).

Modelo de diagnóstico-intervención-seguimiento

Cualquier tipo de actividad que se presente al niño para trabajar un contenido pasa por dos fases consecutivas llamadas de diagnóstico e intervención. Estas a su vez se repiten en el tiempo en una fase de seguimiento, de la siguiente manera:

Fase diagnóstica → En ésta primera fase se busca establecer de forma precisa cuál es el estado actual de conocimiento del niño. Para ello se plantea una *actividad compleja*, es decir, con una demanda cognitiva más alta de lo que se supone el niño, a su edad, puede lograr. La complejidad de la tarea va disminuyendo paulatinamente (ver en *Figura 1.* flechas descendientes) para observar de forma detallada qué es lo que el niño puede o no hacer, hasta encontrar el procedimiento que siendo propio, brinde el mejor desempeño que permita la solución de la tarea propuesta. Este diagnóstico se considera la línea de base, o el punto de partida del trabajo con el niño, sobre la cual se puede empezar a hacer la intervención.

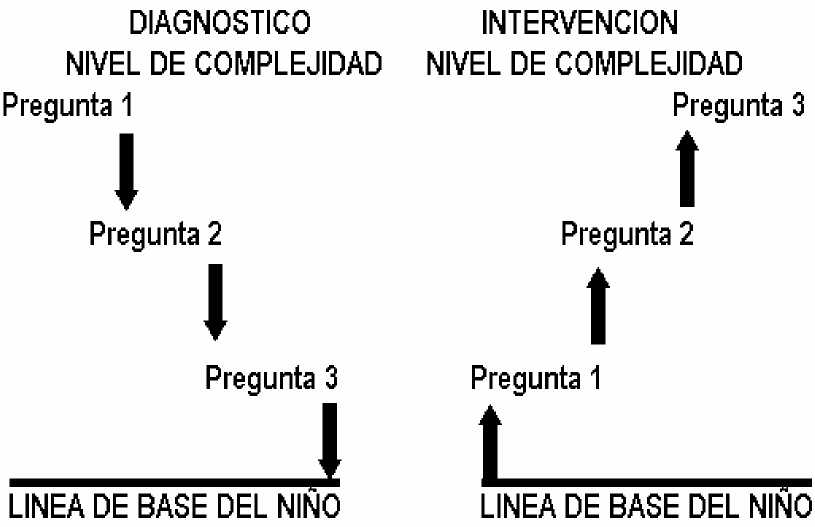

Figura 1. Funcionamiento de las fases de diagnóstico e intervención.

Fase de intervención → En esta fase se pretende que el niño contraste, evalúe y retro-alimente su conocimiento, construyendo procedimientos más sofisticados y conceptos con niveles mayores de abstracción. Contrario a la fase anterior, se incrementa poco a poco el nivel de complejidad de la tarea, con el fin de transformar los conceptos y las estrategias utilizadas inicialmente en la resolución de la tarea (Ver en *Figura 1.* flechas ascendientes). En cada actividad de intervención se debe tener muy claro un punto de llegada, así como se tiene clara la línea de base o el punto de partida.

Fase de seguimiento → La fase de seguimiento está definida por las dos fases anteriores. En esta fase el diagnóstico y la intervención deben realizarse en múltiples secuencias, a través del tiempo, siguiendo siempre el mismo modelo. Lo más importante es tener siempre como punto de partida el conocimiento que posee el niño en un momento determinado. El seguimiento permite al maestro comprender el progreso de sus alumnos en períodos extensos de tiempo y a través de varias observaciones al trabajar con actividades diferenciadas.

Steffe (1990) plantea que el método utilizado en la fase diagnóstica es la entrevista clínica y en la fase de intervención y seguimiento, la experimentación. La entrevista clínica, por un lado, permitiría seguir la lógica del niño y la experimentación con los medios y la forma de influir sobre su conocimiento, por otro, permitirían la transformación de los conceptos matemáticos, por ejemplo, a través de la resolución de problemas o preguntas que favorezcan la confrontación de ideas. Sin embargo, estos dos métodos deben alternarse en cada una de las fases según la planificación de las tareas o actividades que se plantean a los niños. Para ello se han planteado dos instrumentos fundamentales del modelo, los cuales entre si permiten el desarrollo de habilidades y pensamiento matemático, en contextos reales de experiencias: las actividades simultáneamente intensivas y extensivas, que se definen a continuación.

Actividades simultáneamente intensivas y extensivas

Las actividades *Intensivas* constituyen situaciones de resolución de problemas, que le exigen al niño desplegar una serie de herramientas procedurales, conceptuales o lógicas, y articular las diferentes relaciones que poseen sobre un contenido matemático específico (Ver *Anexo 1.*). La introducción de un problema en la actividad y la búsqueda de una solución obliga al niño a poner de manifiesto su conocimiento y confrontarlo en la experiencia.

Luria (1981) expone que un problema es una pregunta a la que no se le puede dar una respuesta inmediata. Desde esta perspectiva al planteársele al niño un problema se encontraría frente a una situación novedosa (Puche y otros, 2001) y una reflexión brusca sobre su conocimiento actual. Considero esta la principal implicación de utilizar el método en la enseñanza de la matemática en preescolar. Newell y Simon (1972) suponen tres elementos estructurales básicos en un problema: un estado inicial, un estado final deseado y una diferencia entre los dos, dada por barreras que deben ser superadas por el solucionador (ver *Figura 2.*).

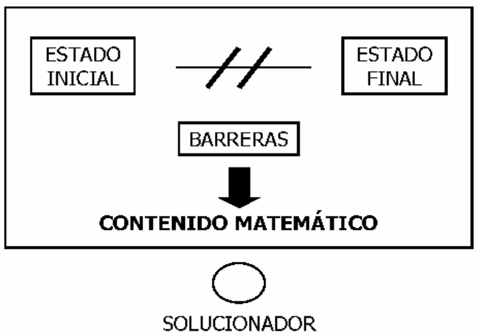

Figura 2. Naturaleza intensiva de la actividad matemática en el aula. Estructura de las situaciones de resolución de problemas en el modelo de Newell y Simon (1972)

La búsqueda de soluciones, cuando el niño se encuentra en el estado inicial, es decir cuando se le hace la consigna y se le plantea el problema, le permite utilizar todas sus herramientas cognitivas y su conocimiento, probando diferentes hipótesis sobre la manera de vencer cada una de las barreras y así llegar pronto al estado final deseado. A su vez, en un nivel más operativo, le permite ensayar sus procedimientos y crear otros más avanzados o sofisticados. Los elementos de la tarea que se operacionalizan en la situación, tales como las preguntas, instrucciones, formatos de presentación y materiales, constituyen elementos básicos y objetivos que organizan el contexto en el cual el niño va a solucionar el problema.

No es seguro que en un solo encuentro a través de éstas situaciones los niños logren transformar sus conceptos o procedimientos iniciales, ya que juegan un papel relevante las características individuales. Sin embargo, a través de permanentes confrontaciones en este tipo de situaciones se alcanzan reorganizaciones cognitivas de diferente nivel. Esta sería entonces la principal implicación de utilizar las actividades intensivas en la enseñanza de la matemática en preescolar. Por otro lado, para que las actividades intensivas sean significativas se deben generar en contextos de experiencias relacionados unos con otros y estos a su vez, con la cotidianidad del niño.

Para que una actividad sea intensiva deben cumplirse otras condiciones específicas:

- Deben permitirle utilizar sus propios procedimientos - acciones y verbalizaciones - y poner en juego sus propias ideas y conceptos.
- Debe ser comprendida por el niño inmediatamente. Se debe plantear de manera tan clara que el niño pueda entender lo que el maestro le está pidiendo y este dispuesto a resolverla de acuerdo a los parámetros establecidos al momento de presentarla.
- Debe tener un contexto significativo, que se encuentre ligado a las experiencias cotidianas del niño, de tal forma que le permita recrear la realidad.
- Debe ser lúdica, placentera y atrayente con el fin que el niño disfrute de ella.
- Debe favorecer la interacción con otros niños de tal forma que sus conocimientos sean compartidos o contrastados.

Todas las actividades pueden llegar a ser intensivas si se tienen claros los objetivos y su contenido y si se cumplen cada una de las seis condiciones. Es por ello necesario su planificación por parte del maestro, quien debe ser capaz de anticipar una amplia gama de respuestas. En este sentido deben formularse adecuadamente las consignas y las preguntas, revisar con anterioridad la pertinencia de los materiales que se emplean, los formatos de presentación y finalmente realizar un análisis previo de la estructura y la demanda cognitiva de la tarea.

Desde el punto de vista del modelo de diagnóstico-intervención-seguimiento, las dos primeras fases se ven favorecidas por la naturaleza intensiva de la actividad. La fase de seguimiento, por su parte es favorecida por el segundo aspecto de una actividad matemática: su naturaleza extensiva.

Las actividades *Extensivas* son aquellas situaciones que, además de ser intensivas, se pueden repetir en episodios consecutivos y/o presentar en múltiples ocasiones a lo largo del tiempo con el fin de observar y diagnosticar el conocimiento que el niño ha construido, hacer las interpretaciones sobre éste, intervenir adecuadamente y hacer un seguimiento de los procedimientos empleados y los avances que ha tenido con relación a una temática en particular (ver *Figura 3.*).

Figura 3. Naturaleza extensiva de la actividad matemática en el aula

Steffe (1990) plantea que las matemáticas de los niños no son estáticas, sino que evolucionan permanentemente. Este es un principio de la construcción de conocimiento que sustenta la actividad extensiva como práctica de enseñanza. Por otro lado, por ser de naturaleza intensiva, las actividades extensivas se deben generar en contextos de experiencias significativas relacionadas entre si y con la cotidianidad del niño.

Finalmente las actividades en el aula, sea de carácter intensivo o extensivo, deben ubicar al maestro como un observador y a la vez como un modelo del niño. Así, respeta los procedimientos que utiliza en su desempeño y cuando lo considere necesario modela otros procedimientos que puedan resultar más adecuados con el fin de lograr conceptos progresivamente abstractos y convencionalizados. Esta doble función del maestro hace parte también del modelo de diagnóstico – intervención – seguimiento en la práctica educativa. En este momento se hace referencia al método de trabajo que el educador puede asumir de acuerdo a su propio modelo sobre el niño.

El modelo del maestro

Es claro que el conocimiento matemático que tiene el niño no es el mismo que tiene el maestro, pero él debe tomarlo como relativo a su propio marco de referencia. Steffe (1990) plantea que para acceder al conocimiento del niño es necesario que el maestro haga un modelo de él. Este modelo constituye para el maestro la matemática de los niños, así sea difícil caracterizarla realmente. El autor expone algunas particularidades del modelo del maestro:

- El modelo que hace el maestro es conceptual porque surge de las operaciones y conceptos matemáticos de los niños. Estos constituyen su matemática que es diferente para cada uno, pero igualmente válida.
- Las operaciones y conceptos de los niños son disponibles para el maestro en las acciones y lenguaje que ellos utilizan en las diferentes actividades y que constituyen sus procedimientos. Por lo tanto su conocimiento matemático se puede conocer a través de la interpretación de cada una de estas conductas, en un contexto de *comunicación interactiva* maestro-alumno. Es necesario entonces, que el maestro confiera significado a todo lo que el niño hace o dice, a partir de su propio conocimiento y para ello es necesario planear conscientemente las actividades.
- El modelo del maestro debe ser flexible porque el acceso al conocimiento del niño es indirecto y basado en interpretaciones. El maestro debe estar dispuesto a modificar su modelo dado que los procedimientos mostrados por otros niños pueden alterarlo.

Para iniciar un proceso de cambio de prácticas de enseñanza el compromiso para los maestros es asumir en primer lugar, una concepción positiva del conocimiento que sus alumnos han construido al llegar a la escuela. Ante todo la actividad matemática debe fundamentarse en el reconocimiento de la riqueza de las competencias tempranas, tanto a nivel representacional como procedural y el progresivo incremento de la comprensión en etapas posteriores. Si el maestro es conciente de la gama de habilidades que un niño posee antes de los 6 años, edad en que empieza su educación básica primaria, y sabe que una vez en el aula, se continúan desarrollando en función de los contenidos trabajados, puede aprovecharlas para iniciar su transformación hacia un conocimiento cada vez más abstracto y menos ligado con lo concreto.

Igualmente, los maestros deben conocer el tipo contenidos que pueden enseñar en esta etapa, reconociendo que su conocimiento matemático presenta grandes diferencias con la “matemática de los niños” (Steffe, 1990), y que por lo tanto las actividades propuestas deben favorecer la transformación adecuada de este conocimiento.

BIBLIOGRAFIA

Gallistel, C.R. and Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition, No: 44, 43-74.*

Ifrah, G. (1988) Las Cifras: Historia de una gran invención 2nd edición. Madrid: Alianza

Luria, A.R. Y Tsvetkova, L.S. (1981) *La resolución de problemas y sus transtornos.* Barcelona: Fontanella.

Munn, P. (1998) Symbolic function in pre-schoolers. In C. Donlan. *The Development of mathematical skills*. UK: Psychology Press, 47-71

Newell, A. & Simon, H. (1972) *Human Problem Solving*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.

Orozco, M. (1994) Análisis estructural del juego en el niño. Cali: Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados en Psicología, Cognición y Cultura, Universidad del Valle.

Orozco, M. (1997) Programa de formación de docentes de preescolar al servicio del estado. Gobernación del Valle. Cali: Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados en Psicología, Cognición y Cultura, Universidad del Valle.

Piaget, J. (1975) L'équilibration des structures cognitives (vol. XXXIII des Etudes d'Epistémologie Génétique). París: Presses Universitaires de France.

Puche, R., Colinvaux, D., Dibar, C. (2001) El niño que piensa. Un modelo de formación de maestros. Santiago de Cali: Artes Gráficas del Valle Editores Impresores Ltda.

Sophian, C. (1998) A Developmental perspective on children's counting. In C. Donlan. *The Development of mathematical skills*. UK: Psychology Press, 27-41

Steffe, L. (1990) Cómo construye el niño la significación de los términos aritméticos. Cuadernos de psicología, Vol. 11, No. 1: 107 - 162.

Vergnaud, G. (1988) Multiplicative structures. In Hiebert, J. & Behr, M. (eds) Number Concepts and Operations in the Middle Grades. Vol 2: 142-161. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematic, Inc., 2nd Printing 1989.

Von Glasersfeld, E. (1995) Units, plurality and number. *Radical constructivism*. London: the falmer press, 161-175.

Wynn, K. (1998) Numerical Competence in infants. In C. Donlan. *The Development of mathematical skills*. UK: Psychology Press, 3-26

ANEXO 1
ANÁLISIS OBJETIVO DE UNA ACTIVIDAD INTENSIVA
La situación del "Granero"

Descripción de la tarea

La situación del "Granero" es una actividad intensiva, es decir de resolución de problemas, diseñada para trabajar el contenido matemático de suma con niños de 4 a 5 años, de manera individual o grupal. La estructura de la tarea de suma es puesta así en el contexto de un granero.

Materiales

- 35 semillas de seis tipos diferentes distribuidas de la siguiente manera: 5 granos de maíz, 4 frijoles, 2 habas, 9 lentejas, 7 alverjas, 8 garbanzos. Las semillas pueden ser reemplazadas por otras variedades diferentes a las enunciadas en este texto, en función de las necesidades de aplicación y el número de elementos se puede variar, dependiendo de las edades de los niños.
- Una maqueta de más o menos 50 x 60 cms, que asemeja el mostrador de un granero con tres divisiones o cajones distribuidos sobre ella. Los cajones deben tener más o menos 6 X 6 de ancho y 3 cms de profundidad, de tal forma que quepan por lo menos la mitad de los elementos empleados (semillas). Todos los cajones deben tener una tapa en la parte superior que pueda ser retirada fácilmente. Se puede ambientar la maqueta con otras cosas de un granero para dar un mejor contexto.
- Un muñeco que hace las veces del tendero. Este muñeco se llama "Don Pepe".

Las semillas deben estar distribuidas sobre la mesa de trabajo de acuerdo a los tipos. Es decir a un lado el grupito del maíz, al otro lado el grupito de los blanquillos, etc.

Presentación

Fase de familiarización:

El maestro debe presentar la tarea de manera verbal a través de una *historia* y utilizar los materiales concretos como apoyo. Una vez que los materiales están organizados sobre la mesa, el maestro les cuenta a los niños la siguiente historia:

"Este es el tendero Don Pepe (se muestra el muñeco) y estas (señalando las semillas) son los granos que él vende en su granero. Mira que hay maíz (se muestran las semillas de maíz), hay frijoles, (se muestran los frijoles), hay habas (se muestran las habas), hay blanquillos (se muestran los blanquillos), hay alverjas (se muestran las alverjas) y hay garbanzos (se muestran los garbanzos). Resulta que a Don Pepe le llegaron todos estos granos y el necesita organizarlos en cada cajón para poderlos vender. Como solo hay tres cajones el debe guardar en cada uno dos tipos de semillas, así que él va a poner en el primer cajón el maíz con los frijoles, en el segundo las habas con las alverjas y en el tercero los garbanzos con los blanquillos: ¿Puedes ayudarle a Don Pepe a guardar las semillas en los cajones?. Pero antes debes contar cada grupo de semillas para saber cuantos va a guardar".

Una vez que estén distribuidas las semillas y con el objetivo de ayudar al niño a contarlas se le hacen preguntas como las siguientes:

- ¿Cuántos granos de maíz vas a poner en este cajón?
- ¿Cuántos frijoles vas a poner en este cajón?
- ¿Cuántas habas vas a poner en este cajón?
- ¿Cuántos blanquillos vas a poner en este cajón?
- ¿Cuántos garbanzos vas a poner en este cajón?
- ¿Cuántas alverjas vas a poner en este cajón?

Enseguida se lleva al niño a que guarde las semillas en los cajones. Se le debe recordar que solo puede guardar dos grupos distintos de semillas por cada cajón. Si después de que las haya guardado pone unas semillas con otras que no corresponden, se le recuerda que el maíz va con los frijoles, las habas con las alverjas y los garbanzos con los blanquillos. Una vez todas las semillas estén en los cajones estos se tapan y se le hacen al niño las siguientes preguntas:

- ¿Cuántos granos de maíz guardaste?
- ¿Cuántos frijoles guardaste?
- ¿Cuántas habas guardaste?
- ¿Cuántos blanquillos guardaste?
- ¿Cuántas alverjas guardaste?
- ¿Cuántos garbanzos guardaste?

Fase del Problema:

Después se pregunta al niño sobre el número total de granos que se encuentran en los tres cajones, así:

1. Si Don Pepe puso en el primer cajón 5 granos de maíz y 4 frijoles, ¿Cuántas semillas quedaron en total en el primer cajón?
2. Si Don Pepe puso juntos en el segundo cajón las 2 habas y los 9 blanquillos, ¿Cuántas semillas quedaron en total en el segundo cajón?
3. Si Don Pepe puso juntos en el tercer cajón las 7 alverjas y los 8 garbanzos, ¿Cuántas semillas quedaron en total en el tercer cajón?

Cada vez que se les hace una pregunta, se intenta que los niños contesten sin sacar las semillas de los cajones. Si no pueden hacerlo de esta manera (mentalmente), se les pide que lo intenten con sus dedos, si tampoco lo hacen con los dedos se les deja que saquen uno de los dos grupos de semillas que hay en el cajón, por ejemplo: en el primer cajón se pueden sacar los granos de maíz y los frijoles, mientras se pregunta; "adentro hay 4 granos de maíz y estos frijoles (se les muestra los frijoles) ¿cuántas semillas hay en total?" El mismo procedimiento se realiza con los otros dos cajones. Finalmente, si no resuelven de esta forma la tarea, se les deja que saquen todas las semillas de los cajones y las cuenten.

Análisis de la estructura de la tarea

La actividad se desarrolla en dos fases: una fase de familiarización y una fase del problema.

En la fase de familiarización se presentan dos momentos: En un primer momento, cuando los objetos son visibles, se trabajan relaciones de cuantificación de las diferentes colecciones, las que se expresan en preguntas como por ejemplo ... ¿Cuántas *habas se van a guardar en el cajón*? ¿Cuántos *granos de maíz se van a guardar en el cajón*?, etc. En un segundo momento, cuando las colecciones se encuentran ocultas, las preguntas como *¿Cuántos granos de maíz guardaste en el cajón?, etc.* aluden al manejo de cardinales.

El análisis de las preguntas de la *fase del problema* devela igualmente el propósito de la actividad: efectuar operaciones relativas a la *suma* u *adición* de cantidades, por ejemplo; *"Si Don Pepe puso en el primer cajón 5 granos de maíz y 4 fríjoles, ¿Cuántas semillas quedaron en total en el primer cajón?".* Es decir, en esta expresión se plantea llevar a cabo la operación 5 + 4, para dar solución a una incógnita (5+4 = ?).